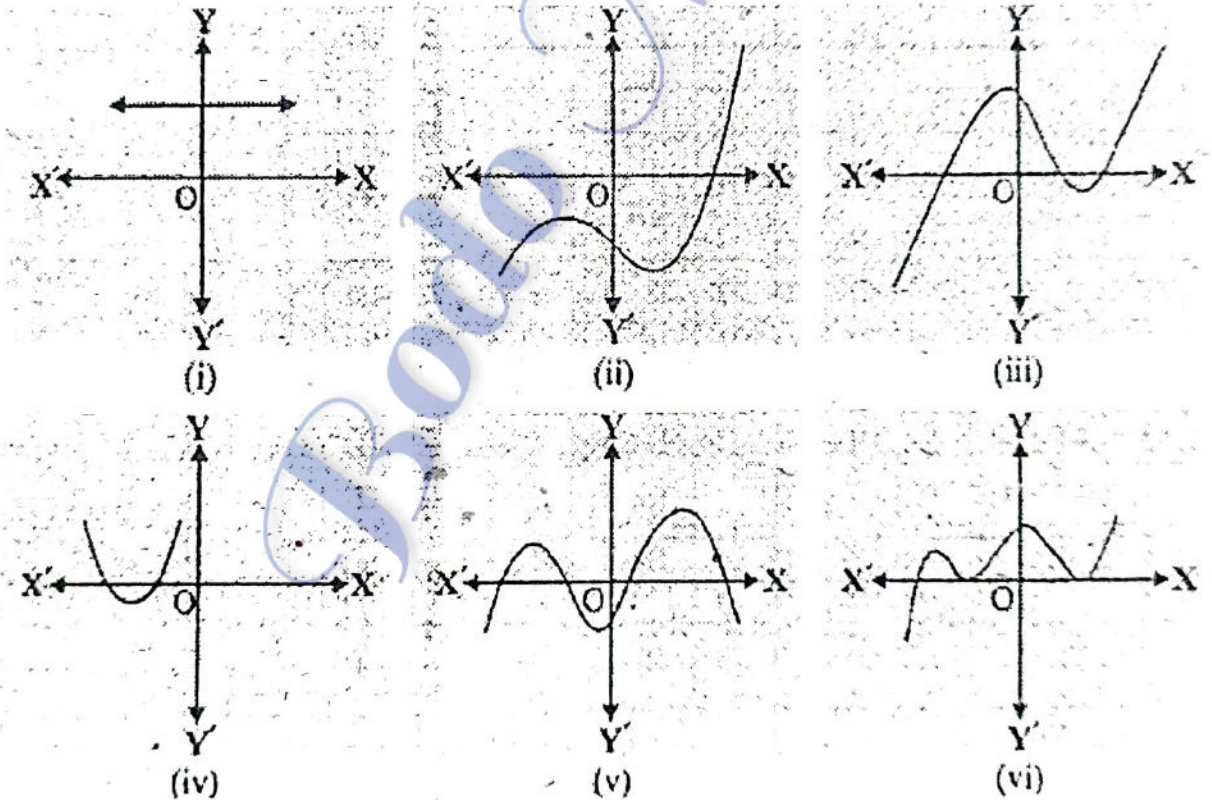


खोन्दो 2

बिदाब गोबां राशिफोर (Polynomials)

सौनाय बिदां 2.1

1. माबेबा बिदाब गोबां $p(x)$ नि थाखाय, $y = p(x)$ नि बो-सावगारिफोरखौ गाहायाव सावगारि 2.10 आव होनाय जादों। मोनफ्रोमबोनि बेलायाव, $p(x)$ नि लाथिख 'नि अनजिमाफोरखौ दिहुन।



सावगारि 2.10

માવફુંથાઙ :

- (i) બોસાવગારિયા x - અક્ષ હાંઓઁઁઁ જોરાવબો ઢાનસ'આઁઁ । બિનિઁઁઁઁઁ $p(x)$ લાઁઁઁઁ' થાયા ।
- (ii) બો-સાવગારિયા x - અક્ષ હાંઓઁઁઁ મોનસેલ' બિન્ઢોઆવ ઢાનસ'ઢોં । બિનિઁઁઁઁઁ $p(x)$ નિ લાઁઁઁઁ'આ 1 ।
- (iii) બો-સાવગારિયા x - અક્ષ હાંઓઁઁઁ મોનથામ બિન્ઢોઆવ ઢાનસ'ઢોં । બિનિઁઁઁઁઁ $p(x)$ નિ લાઁઁઁઁ'આ 3 ।
- (iv) બો-સાવગારિયા x -અક્ષ હાંઓઁઁઁ મોનઁ બિન્ઢોઆવ ઢાનસ'ઢોં । બિનિઁઁઁઁઁ $p(x)$ નિ લાઁઁઁઁ'આ 2 ।
- (v) બો-સાવગારિયા x -અક્ષ હાંઓઁઁઁ મોનઢ્રૈ બિન્ઢોઆવ ઢાનસ'ઢોં । બિનિઁઁઁઁઁ $p(x)$ નિ લાઁઁઁઁ'આ 4 ।
- (vi) બો-સાવગારિયા x -અક્ષ હાંઓઁઁઁ મોનથામ બિન્ઢોઆવ ઢાનસ'ઢોં । બિનિઁઁઁઁઁ $p(x)$ નિ લાઁઁઁઁ'આ 3 ।

सोनाय बिदां 2.2

1. गाहायाव होनाय जौगानै बिदाब-गोबांफोरनि लाथिख 'फोरखौ दिहुन आरो लाथिख 'फोर आरो थादेर अनजिमाफोरनि गेजेराव थानाय सोमोन्दोखौ नायफोर:

- | | |
|-------------------|------------------|
| (i) x^2-2x-8 | (ii) $4s^2-4s+1$ |
| (iii) $6x^2-3-7x$ | (iv) $4u^2+8u$ |
| (v) t^2-15 | (vi) $3x^2-x-4$ |

मावफुंथाइ :

- (i) x^2-2x-8

$$\begin{aligned}\text{हमबाय, } p(x) &= x^2-2x-8 \\ &= x^2-4x+2x-8 \\ &= x(x-4)+2(x-4) \\ &= (x+2)(x-4)\end{aligned}$$

$p(x)$ नि लाथिख 'नि थाखाय -

$$p(x) = 0$$

$$\therefore (x+2)(x-4) = 0$$

$$\Rightarrow x+2=0 \text{ एबा } x-4=0$$

$$\therefore x = -2 \text{ एबा } x=4$$

$\therefore p(x)$ नि लाथिख 'फोरा जाबाय -2 आरो -4।

नायबिजिरनाय -

$$\begin{aligned}\text{लाथिख 'फोरनि दाजाबथाइ} &= -2+4=2 = \frac{2}{1} \\ &= \frac{-(-2)}{1}\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{-(x \text{ नि थाफादेर})}{x^2 \text{ नि थाफादेर}}$$

$$\text{लाथिख 'फोरनि सानजाबथाइ} = 4 \times (-2) = -8$$

दिदोम बिदाब

$\therefore x$ नि थाफादेर

$$(ii) 4s^2 - 4s + 1$$

$$\begin{aligned} \text{हमबाय, } p(s) &= 4s^2 - 4s + 1 \\ &= 4s^2 - 2s - 2s + 1 \\ &= 2s(2s - 1) - 1(2s - 1) \\ &= (2s - 1)(2s - 1) \end{aligned}$$

$p(s)$ नि लाथिख 'नि थाखाय

$$p(s) = 0$$

$$\therefore (2s - 1)(2s - 1) = 0$$

$$\Rightarrow 2s - 1 = 0 \text{ एबा } 2s - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 2s = 1 \text{ एबा } 2s = 1$$

$$\therefore s = \frac{1}{2} \text{ एबा } s = \frac{1}{2}$$

$$\therefore p(s) \text{ नि लाथिख 'फोरा जाबाय } \frac{1}{2} \text{ आरो } \frac{1}{2} \text{ ।}$$

नायबिजिरनाय :-

$$\text{लाथिख 'फोरनि दाजाथाइ} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 = \frac{-(-4)}{4}$$

$$\therefore \frac{-(S \text{ नि थाफादेर})}{s^2 \text{ नि थाफादेर}}$$

$$\text{लाथिख 'फोरनि सानजाबथाइ} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

दिदोम बिदाब

$$\therefore \frac{s^2 \text{ नि थाफादेर}}$$

(iii) $6x^2-3-7x$

$$\begin{aligned}\text{हमबाय, } p(x) &= 6x^2-7x-3 \\ &= 6x^2-9x+2x-3 \\ &= 3x(2x-3)+1(2x-3) \\ &= (3x+1)(2x-3)\end{aligned}$$

$p(x)$ नि लाथिख 'नि थाखाय -

$$p(x) = 0$$

$$\therefore (3x+1)(2x-3)=0$$

$$\Rightarrow 3x+1=0, \text{ एबा } 2x-3=0$$

$$\Rightarrow 3x=-1 \text{ एबा } 2x=3$$

$$\therefore x = -\frac{1}{3} \text{ एबा } x = \frac{3}{2}$$

$$\therefore p(x) \text{ नि लाथिख 'फोरा जाबाय } -\frac{1}{3} \text{ आरो } \frac{3}{2} \text{ ।}$$

नाइबिजिरनाय -

$$\text{लाथिख 'फोरनि दाजाबथाइ} = -\frac{1}{3} + \frac{3}{2} = \frac{-2+9}{6}$$

$$= \frac{7}{6}$$

$$= \frac{-(-7)}{6}$$

$$= \frac{-(x \text{ नि थाफादेर})}{x^2 \text{ नि थाफादेर}}$$

$$\text{लाथिख 'फोरनि सानजाबथाइ} = \frac{3}{2} \times \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$= -\frac{3}{6}$$

$$= \frac{\text{दिदोम बिदाब}}{x^2 \text{ नि थाफादेर}}$$

(iv) $4u^2 + 8u$

हमबाय, $p(u) = 4u^2 + 8u$

$p(x)$ नि लाथिख 'नि थाखाय, $p(x) = 0$

$$\therefore 4x^2 + 8u = 0$$

$$\Rightarrow 4u(x + 2) = 0$$

$$\Rightarrow u(x + 2) = 0$$

$$\therefore u = 0 \text{ एबा } x + 2 = 0$$

$$\therefore x = -2$$

$$\therefore p(x) \text{ नि लाथिख 'फोरा जाबाय} = 0 \text{ आरो } -2$$

नाइबिजिरनाय -

$$\text{लाथिख 'फोरनि दाजाबथाइ} = 0 + (-2) = -2$$

$$= \frac{-8}{4}$$

$$= \frac{-u \text{ नि थाफादेर}}{u^2 \text{ नि थाफादेर}}$$

$$\text{लाथिख 'फोरनि सानजाबथाइ} = 0 \times (-2) = 0$$

$$= \frac{0}{4}$$

$$= \frac{\text{दिदोम बिदाब}}{u^2 \text{ नि थाफादेर}}$$

(v) $t^2 - 15$

हमबाय, $p(t) = t^2 - 15$

$p(t)$ नि लाथिख 'नि थाखाय $p(t) = 0$

$$\therefore t^2 - 15 = 0$$

$$\Rightarrow t^2 - (\sqrt{15})^2 = 0$$

$$\Rightarrow (t + \sqrt{15})(t - \sqrt{15}) = 0$$

$$\Rightarrow t + \sqrt{15} = 0 \text{ एबा } t - \sqrt{15} = 0$$

$$\therefore p(t) \text{ नि लाथिख 'फोरा जाबाय } = \sqrt{15} \text{ आरो } -\sqrt{15}$$

$$\therefore t = -\sqrt{15} \text{ एबा } t = \sqrt{15}$$

नाइबिजिरनाय -

$$\text{लाथिख 'फोरनि दाजाबथाइ } = \sqrt{15} + (-\sqrt{15})$$

$$= 0$$

$$= \frac{-0}{1}$$

$$= \frac{-(t \text{ नि थाफादेर})}{t^2 \text{ नि थाफादेर}}$$

$$\text{लाथिख 'फोरनि सानजाबथाइ } = \sqrt{15} \times (-\sqrt{15})$$

$$= -15$$

$$= \frac{-15}{1}$$

$$= \frac{\text{दिदोम बिदाब}}{t^2 \text{ नि थाफादेर}}$$

$$(vi) 3x^2 - x - 4$$

$$\text{हमबाय, } p(x) = 3x^2 - x - 4$$

$$p(x) \text{ नि लाथिख 'नि थाखाय } p(x) = 0$$

$$\therefore 3x^2 - x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 4x + 3x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x(3x-4)+1(3x-4)=0$$

$$\Rightarrow (x+1)(3x-4)=0$$

$$\Rightarrow x+1=0 \text{ एबा } 3x-4=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ एबा } 3x=4$$

$$\therefore x=\frac{4}{3}$$

$$\therefore p(x) \text{ नि लाथिख 'फोरा जाबाय } = -1 \text{ आरो } \frac{4}{3}।$$

नाइबिजिरनाय -

$$\text{लाथिख 'फोरनि दाजाबथाइ} = \frac{4}{3} + (-1)$$

$$= \frac{4}{3} - 1$$

$$= \frac{4-3}{3}$$

$$= \frac{1}{3}$$

$$= \frac{-(-1)}{3}$$

$$= \frac{-(x \text{ नि थाफादेर})}{x^2 \text{ नि थाफादेर}}$$

$$\text{लाथिख 'फोरनि सानजाबथाइ} = \frac{4}{3} \times (-1)$$

$$= -\frac{4}{3}$$

$$= \frac{\text{दिदोम बिदाब}}{x^2 \text{ नि थाफादेर}}$$

2. बेनि लाथिख 'फोरनि फारियै दाजाबगासै आरो सान जाबगासै हिसाबै हमनानै मोनफ्रोमबो होनाय अनजिमाफोरनि मोनसेयै जौगानै बिदाब-गोबां दिहुन।

(i) $\frac{1}{4}, -1$

(ii) $\sqrt{2}, \frac{1}{3}$

(iii) $0, \sqrt{5}$

(iv) $1, 1$

(v) $-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}$

(vi) $4, 1$

मावफुंथाइ :- (i) $\frac{1}{4}, -1$

हमबाय, बां बिदाब रासिया $ax^2 + bx + c$, आरो बिनि लाथिख 'फोरा α आरो β ।

अब्ला, $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

आरो $\alpha\beta = -\frac{c}{a}$

\therefore जिदु $a=4$, अब्ला $b=-1$ आरो $c=-4$

\therefore दि: गौ: म बां बिदाब रासिया जागोन -

$$4x^2 - x - 4$$

(ii) $\sqrt{2}, \frac{1}{3}$

हमबाय, बां बिदाब रासिया $ax^2 + bx + c$, आरो बिनि लाथिख 'फोरा α आरो β ।

अब्ला, $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

आरो $\alpha\beta = \frac{1}{3} = \frac{c}{a}$

\therefore जितु $a=3$, अब्ला $b = -3\sqrt{2}$ आरो $c=1$

\therefore दि: गो: जौगानै बां बिदाब रासिया जागोन -

$$3x^2 - 3\sqrt{2}x + 1$$

(iii) $0, \sqrt{5}$

हमबाय, बां बिदाब रासिया $ax^2 + bx + c$, आरो बिनि लाथिख 'फोरा' α आरो β ।

अब्ला, $\alpha + \beta = 0 = -\frac{b}{a}$

आरो $\alpha\beta = \sqrt{5} = \frac{c}{a}$

\therefore जितु $a=1$, अब्ला $b=0$ आरो $c = \sqrt{5}$

\therefore दि: गो: जौगानै बां बिदाब रासिया जागोन -

$$x^2 + \sqrt{5}$$

(iv) $1, 1$

हमबाय, बां बिदाब रासिया $ax^2 + bx + c$, आरो बिनि लाथिख 'फोरा' α आरो β ।

अब्ला, $\alpha + \beta = 1 = -\frac{b}{a}$

आरो $\alpha\beta = 1 = \frac{c}{a}$

\therefore जितु $a=1$, अब्ला $b=-1$ आरो $c=1$

\therefore दि: गो: जौगानै बां बिदाब रासिया जागोन -

$$x^2 - x + 1$$

(v) $-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}$

हमबाय, बां बिदाब रासिया $ax^2 + bx + c$, आरो बिनि लाथिख 'फोरा α आरो β ।

अब्ला, $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

आरो $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

\therefore जिदु $a = 4$, अब्ला $b = -1$ आरो $c = 1$

\therefore दि: गो: जौगानै बां बिदाब रासिया जागोन -
 $4x^2 + x + 1$

(vi) 4, 1

हमबाय, बां बिदाब रासिया $ax^2 + bx + c$, आरो बिनि लाथिख 'फोरा α आरो β ।

अब्ला, $\alpha + \beta = 4 = -\frac{b}{a}$

आरो $\alpha\beta = 1 = \frac{c}{a}$

\therefore जिदु $a = 1$, अब्ला $b = -4$ आरो $c = 1$

\therefore दि: गो: जौगानै बां बिदाब रासिया जागोन -
 $x^2 - 4x + 1$

3. जौगानै बांबिदाब दिहुन जायनि लाथिखफोरा -

(i) -4 आरो $\frac{3}{2}$ (ii) 5 आरो 2

(iii) $\frac{1}{3}$ आरो -1 (iv) $\frac{3}{2}$ आरो -2

मावफुंथाइ : (i) -4 आरो $\frac{3}{2}$

हमनाय जाबाय जौगानै बांबिदाब रासिया $ax^2 + bx + c$ आरो
बिनि लाथिख 'फोरा α आरो β

$$\text{अब्ला } \alpha + \beta = -4 + \frac{3}{2} = -\frac{5}{2}$$

$$\text{आरो } \alpha \beta = \frac{3}{2} \times (-4) = -6$$

$$\therefore ax^2 + bx + c = k [x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha \beta] (\because k = \text{दिदोम})$$

$$= kx^2 - k \left(\frac{-5}{2} \right) x + k(-6)$$

$$= 2x^2 - 2 \times \frac{-5}{2} x + 2(-6) [k=2 \text{ फज 'ना}]$$

$$= 2x^2 + 5x - 12$$

$$\therefore \text{जौगानै बिदाबबां रासिया} = 2x^2 + 5x - 12$$

$$\text{फिन : } 2x^2 + 5x - 12$$

(ii) 5 आरो 2

हमनाय जाबाय जौगानै बिदाबबां रासिया $= ax^2 + bx + c$ आरो बिनि
लाथिख 'फोरा α आरो β ।

$$\text{अब्ला } \alpha + \beta = 5 + 2 = 7$$

$$\text{आरो } \alpha \beta = 5 \times 2 = 10$$

$$\therefore ax^2 + bx + c = k [x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha \beta] (\because k = \text{दिदोम})$$

$$= kx^2 - k(7x) + k10 \quad (k=1 \text{ फज 'ना})$$

$$= x^2 - 7x + 10$$

$$\therefore \text{जौगानै बांबिदाब रासिया} = x^2 - 7x + 10$$

$$\text{फिन : } x^2 - 7x + 10$$

$$(iii) \frac{1}{3} \text{ आरो } -1$$

हमनाय जाबाय जौगानै बांबिदाब रासिया $= ax^2 + bx + c$ आरो बिनि लाथिख 'फोरा α आरो β ।

$$\text{अब्ला, } \alpha + \beta = \frac{1}{3} + (-1) = \frac{1-3}{3} = \frac{-2}{3}$$

$$\alpha \beta = \frac{1}{3} \times (-1) = \frac{-1}{3}$$

$$\therefore ax^2 + bx + c = k[x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta] (\because k = \text{दिदोम})$$

$$= kx^2 - k\left(\frac{-2}{3}\right)x + k\left(\frac{-1}{3}\right)$$

$$= 3x^2 - 3\left(\frac{-2}{3}\right)x + 3\left(\frac{-1}{3}\right) [k=3 \text{ फज 'ना}]$$

$$= 3x^2 + 2x - 1$$

$$\therefore \text{जौगानै बांबिदाब रासिया} = 3x^2 + 2x - 1$$

$$\text{फिन : } 3x^2 + 2x - 1$$

$$(iv) \frac{3}{2} \text{ आरो } -2$$

हमनाय जाबाय जौगानै बांबिदाब रासिया $= ax^2 + bx + c$ आरो बिनि लाथिख 'फोरा α आरो β ।

$$\text{अब्ला, } \alpha + \beta = \frac{3}{2} + (-2) = \frac{3-4}{2} = \frac{-1}{2}$$

$$\alpha\beta = \frac{3}{2} \times (-2) = -3$$

$$\therefore ax^2 + bx + c = k[x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta] (\because k = \text{दिदोम})$$

$$= kx^2 - k\left(\frac{-1}{2}\right)x + k(-3)$$

$$= 2x^2 - 2 \times \left(\frac{-1}{2}\right)x + 2 \times (-3) \quad [k = 2 \text{ फज'ना}]$$

$$= 2x^2 + x - 6$$

$$\therefore \text{जौगानै बां बिदाब रासिया} = 2x^2 + x - 6$$

$$\text{फिन : } 2x^2 + x - 6$$

सोनाय बिदां 2.3

1. बिदाब गोबां $p(x)$ खौ बिदाबगोबां $g(x)$ जों रान आरो गाहायाव होनाय मोनफ्रोमबोनि रानगासै आरो रानखोन्दाखौ दिहुन :

(i) $p(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 3, g(x) = x^2 - 2$

(ii) $p(x) = x^4 - 3x^2 + 4x + 5, g(x) = x^2 + 1 - x$

(iii) $p(x) = x^4 - 5x + 6, g(x) = 2 - x^2$

(iv) $P(x) = 2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 9x - 12 \quad g(x) = x^2 - 3x$

(v) $p(x) = x^6 + 3x^2 + 10 \quad g(x) = x^3 + 1$

(vi) $p(x) = 2x^5 - 5x^4 + 7x^3 + 4x^2 - 10x + 11 \quad g(x) = x^3 + 2$

मावफुंथाइ :-

(i) $p(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 3, g(x) = x^2 - 2$

$$\begin{array}{r}
 x-3 \\
 x^2-2 \overline{) \begin{array}{l} x^3 - 3x^2 + 5x - 3 \\ x^3 - 2x \\ \hline -3x^2 + 7x - 3 \\ -3x^2 + 6 \\ \hline 7x - 9 \end{array} }
 \end{array}$$

\therefore दि:गो: रानगासै $= x - 3$

दि:गो: आद्रा $= 7x - 9$

(ii) $p(x) = x^4 - 3x^2 + 4x + 5, g(x) = x^2 + 1 - x$

$$\begin{array}{r}
 x^2 + x - 3 \\
 x^2 + 1 - x \overline{) x^4 - 3x^2 + 4x + 5} \\
 \underline{x^4 + x^2 - x^3} \\
 + x^3 - 4x^2 + 4x + 5 \\
 \underline{x^3 - x^2 + x} \\
 - 3x^2 + 3x + 5 \\
 \underline{- 3x^2 + 3x - 3} \\
 8
 \end{array}$$

\therefore दि:गो: रानगासै $= x^2 + x - 3$

दि:गो: आद्रा $= 8$

(iii) $p(x) = x^4 - 5x + 6, g(x) = 2 - x^2$

$$\begin{array}{r}
 -x^2 - 2 \\
 2 - x^2 \overline{) x^4 - 5x + 6} \\
 \underline{x^4 - 2x^2} \\
 -5x + 6 + 2x^2 \\
 \underline{-4 + 2x^2} \\
 -5x + 10
 \end{array}$$

\therefore दि:गो: रानगासै $= -x^2 - 2$

दि:गो: आद्रा $= -5x + 10$

(iv) बेयाव, $p(x) = 2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 9x - 2$

$g(x) = x^2 - 3$

$$\begin{array}{r}
 2x^2 + 3x + 4 \\
 x^2 - 3 \overline{) 2x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 9x - 12} \\
 \underline{2x^4 - 6x^2} \\
 3x^3 + 4x^2 - 9x - 12 \\
 \underline{3x^3 - 9x - 12} \\
 4x^2 - 0 - 12 \\
 \underline{4x^2 - 12} \\
 0
 \end{array}$$

∴ दि: गो: रानगासै = $2x^2 + 3x + 4$

रानखोन्दा = 0

(v) बेयाव, $p(x) = x^6 + 3x^2 + 10$ $g(x) = x^3 - 1$

$$\begin{array}{r}
 x^3 + 1 \\
 x^3 - 1 \overline{) x^6 + 3x^2 + 10} \\
 \underline{x^6 - x^3} \\
 x^3 + 3x^2 + 10 \\
 \underline{x^3 - 1} \\
 3x^2 + 11
 \end{array}$$

∴ दि: गो: रानगासै = $x^3 + 1$

रानखोन्दा = $3x^2 + 11$

(vi) बेयाव,

$p(x) = 2x^5 - 5x^4 + 7x^3 + 4x^2 - 10x + 11$ $g(x) = x^3 + 2$

$$\begin{array}{r}
 2x^2 - 5x + 7 \\
 x^3 + 2 \overline{) 2x^5 + 5x^4 + 7x^3 + 4x^2 - 10x + 11} \\
 \underline{2x^5 + 4x^2} \\
 5x^4 + 7x^3 + 0 - 10x + 11 \\
 \underline{5x^4 - 10x} \\
 7x^3 + 0 + 0 + 11 \\
 \underline{7x^3 + 14} \\
 -3
 \end{array}$$

$$\therefore \text{दि: गो: रानगासै} = 2x^2 - 5x + 7$$

$$\text{रानखोन्दा} = -3$$

2. नैथि बिदाब गोबां राशिखौ सेथि बिदाब गोबां राशिजों राननानै सेथि बिदाब राशिआ नैथि बिदाब गोबां राशिनि मोनसे सानजाबगिरि नंगौ ना नडा नायग्रोम :

(i) $t^2 - 3, 2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t - 12$

(ii) $x^3 + 3x + 1, 3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2$

(iii) $x^3 - 3x + 1, x^5 - 4x^3 + x^2 + 3x + 1$

मावफुंथाइ :-

(i) $t^2 - 3, 2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t - 12$

$$t^2 - 3 \overline{) 2t^4 + 3t^3 - 2t^2 - 9t - 12} \quad (2t^2 + 3t + 4$$

$$\underline{2t^4 \quad -6t^2}$$

$$3t^3 + 4t^2 - 9t - 12$$

$$\underline{3t^3 \quad -9t}$$

$$4t^2 - 12$$

$$\underline{4t^2 - 12}$$

$$0$$

बेवहाय आद्राया 0, बिनिखायनो सेथि बांबिदाब रासिया नैथि बां बिदाब रासिनि दिहुनगिरि।

(ii) $x^3 + 3x + 1, 3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2$

$$x^3 + 3x + 1 \overline{) 3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 2} \quad (3x^2 - 4x + 2$$

$$\underline{3x^5 + 9x^3 + 3x^2}$$

$$-4x^3 - 10x^2 + 2x + 2$$

$$\underline{-4x^3 - 12x^2 - 4}$$

$$2x^2 + 6x + 2$$

$$\underline{2x^2 + 6x + 2}$$

$$0$$

∴ $3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5$ नि दिहुनगिरिफोरा

$$\left(x^2 - \frac{5}{3}\right)(3x^2 + 6x + 3)$$

$$\begin{aligned}\text{दानिया, } 3x^2 + 6x + 3 &= 3(x^2 + 2x + 1) \\ &= 3(x+1)^2\end{aligned}$$

∴ होनाय रासिनि गुबुन लाथिख 'फोरा जाबाय - -1 आरो -1 ।

4. $x^3 - 3x^2 + x + 2$ खौ मोनसे बिदाब-गोबां $g(x)$ जों राननायाव,
रानगासै आरो रानखोन्दाया जादोंमोन फारियै $x-2$ आरो $-2x+4$ ।
 $g(x)$ खौ दिहुन ।

मावफुंथाइ :- बेवहाय,

$$\begin{aligned}p(x) &= x^3 - 3x^2 + x + 2 \\ q(x) &= x - 2 \\ r(x) &= -2x + 4 \\ r(x) &= ?\end{aligned}$$

जों मिथिगौदि -

$$\begin{aligned}p(x) &= g(x) \times q(x) + r(x) \\ \therefore g(x) &= \frac{p(x) - r(x)}{q(x)} \\ &= \frac{(x^3 - 3x^2 + x + 2) - (-2x + 4)}{x - 2} \\ &= \frac{x^3 - 3x^2 + x + 2 + 2x - 4}{x - 2} \\ &= \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 2}{x - 2}\end{aligned}$$

दानिया,

$$(x-2)x^3 - 3x^2 + 3x - 2(x^2 - x + 1)$$

$$x^3 - 2x^2$$

$$-x^2 + 3x - 2$$

$$-x^2 + 2x$$

$$x - 2$$

$$x - 2$$

$$\therefore \text{दि:गो: } g(x) = x^2 - x + 1$$

5. बिदाब गोबां राशिफोर $p(x)$, $g(x)$ आरो $r(x)$ नि बिदिन्थिफोरखौ हो, जाय सननाय बिमावफारिखौ जाफुंहोयो आरो,

(i) डिग्री $p(x) =$ डिग्री $q(x)$

(ii) डिग्री $q(x) =$ डिग्री $r(x)$

(iii) डिग्री $r(x) = 0$

मावफुंथाइ :-

(i) डिग्री $p(x) =$ डिग्री $q(x)$

$$p(x) = 2x^2 - 2x + 14$$

$$g(x) = 2$$

$$q(x) = x^2 - x + 7$$

$$r(x) = 0$$

$$\text{गुवैयै, } p(x) = q(x) \times g(x) + r(x)$$

(ii) डिग्री $q(x) =$ डिग्री $r(x)$

$$p(x) = x^3 + x^2 + x + 1$$

$$g(x) = x^2 - 1$$

दानिया,

$$(x-2)x^3 - 3x^2 + 3x - 2(x^2 - x + 1)$$

$$\frac{x^3 - 2x^2}{-x^2 + 3x - 2}$$

$$-x^2 + 3x - 2$$

$$-x^2 + 2x$$

$$x - 2$$

$$x - 2$$

$$\therefore \text{दि:गो: } g(x) = x^2 - x + 1$$

5. बिदाब गोबां राशिफोर $p(x)$, $g(x)$ आरो $r(x)$ नि बिदिन्थिफोरखौ हो, जाय राननाय बिमावफारिखौ जाफुंहोयो आरो,

(i) डिग्री $p(x) =$ डिग्री $q(x)$

(ii) डिग्री $q(x) =$ डिग्री $r(x)$

(iii) डिग्री $r(x) = 0$

मावफुंथाइ :-

(i) डिग्री $p(x) =$ डिग्री $q(x)$

$$p(x) = 2x^2 - 2x + 14$$

$$g(x) = 2$$

$$q(x) = x^2 - x + 7$$

$$r(x) = 0$$

$$\text{गुवैयै, } p(x) = q(x) \times g(x) + r(x)$$

(ii) डिग्री $q(x) =$ डिग्री $r(x)$

$$p(x) = x^3 + x^2 + x + 1$$

$$g(x) = x^2 - 1$$

$$q(x) = x+1$$

$$r(x) = 2x+2$$

$$\text{गुबैयै, } p(x) = q(x) \times g(x) + r(x)$$

$$(iii) \text{ डिग्री } r(x) = 0$$

$$p(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$$

$$g(x) = x^2 - 1$$

$$q(x) = x+2$$

$$r(x) = 4$$

$$\text{गुबैयै, } p(x) = q(x) \times g(x) + r(x)$$

6. (i) बांबिदाब $3x^3 - x^2 - 3x + 1$ नि गुबुन गासै लाथिख 'फोरखौ दिहुन जिदु बेफोरनि मोनसे लाथिख'आ 1 जायो।
- (ii) बांबिदाब $x^4 + x^3 - 9x^2 - 3x + 18$ नि गुबुन गासै लाथिख 'फोरखौ दिहुन जिदु बेफोरनि मोननै लाथिख'आ $\sqrt{3}$ आरो $-\sqrt{3}$ जायो।
- (iii) बांबिदाब $x^4 + 2x^3 - 26x^2 + 54x - 27$ नि गुबुन गासै लाथिख 'फोरखौ दिहुन जिदु बेफोरनि मोननै लाथिख'आ $3\sqrt{3}$ आरो $-3\sqrt{3}$

मावफुंथाइ :

(i) होनाय दं -

मोनसे लाथिख' = 1

गुबुन लाथिख' = $x-1$

\therefore बांबिदाब $3x^3 - x^2 - 3x + 1$ नि $g(x) = x-1$

$$\begin{array}{r}
 3x^2 + 2x - 1 \\
 x-1 \overline{) 3x^3 - x^2 - 3x + 1} \\
 \underline{3x^3 - 3x^2} \\
 2x^2 - 3x + 1 \\
 \underline{2x^2 - 2x} \\
 -x + 1 \\
 \underline{-x + 1} \\
 0
 \end{array}$$

$\therefore 3x^3 - x^2 - 3x + 1$ दिहुन गिरिफोरा -
 $(x-1)(3x^2+2x-1)$

दानिया, $3x^2+2x-1 = 3x^2+3x-x-1$
 $= 3x(x+1) - 1(x+1)$
 $= (x+1)(3x-1)$

\therefore होनाय रासिनि गुबुन लाथिख'फोरा जाबाय-

$$x+1 = 0 \text{ आरो } 3x-1 = 0$$

$$\Rightarrow x = -1 \quad \Rightarrow 3x = 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

\therefore लाथिख'फोर -1 आरो $\frac{1}{3}$

(ii) होनाय दं - लाथिख' मोननैया $\sqrt{3}$ आरो $-\sqrt{3}$

$$\therefore (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = x^2 - 3$$

$\therefore x^2 - 3$ आ होखानाय रासि $x^4 + x^3 - 9x^2 - 3x + 18$ नि दिहुनगिरि।

$$\begin{array}{r}
 x^2 + x - 6 \\
 x^2 - 3 \overline{) x^4 - x^3 - 9x^2 + 18} \\
 \underline{X^4 \quad - 3x^2} \\
 x^3 - 6x^2 - 3x + 18 \\
 \underline{x^3 - 3x} \\
 -6x^2 - 0 + 18 \\
 \underline{-6x^2 + 18} \\
 0
 \end{array}$$

∴ $x^2 + x^3 - 9x^2 - 3x + 18$ नि दिहुनगिरिफोरा-

$$(x^2 - 3)(x^2 + x - 6)$$

$$\begin{aligned}
 \text{दानिया, } x^2 + x - 6 &= x^2 + 3x - 2x - 6 \\
 &= x(x+3) - 2(x+3) \\
 &= (x-2)(x+3)
 \end{aligned}$$

∴ होनाय रासिनि गुबुन लाथिख 'फोरा जाबाय-

$$\begin{aligned}
 x-2 &= 0 & \text{आरो } x+3 &= 0 \\
 \Rightarrow x &= 2 & \text{आरो } x &= -3
 \end{aligned}$$

∴ दि: गो: लाथिख 'फोरा 2 आरो -3

(iii) होनाय दं लाथिख 'मोननैया $3\sqrt{3}$ आरो $-3\sqrt{3}$

$$\therefore (x - 3\sqrt{3})(x + 3\sqrt{3}) = x^2 - 27$$

∴ $x^2 - 27$ आ होखानाय रासि $x^4 + 2x^3 - 26x^2 - 54x - 27$ नि दिहुनगिरि।

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 2x + 1 \\
 x^2 - 27 \overline{) x^4 + 2x^3 - 26x^2 - 54x - 27} \\
 \underline{X^4 \quad - 27x^2} \\
 2x^3 + x^2 - 54x - 27 \\
 \underline{2x^3 - 54x} \\
 x^2 - 0 - 27 \\
 \underline{x^2 - 0 - 27} \\
 0
 \end{array}$$

$\therefore x^4 + 2x^3 - 26x^2 - 54x - 27$ नि दिहुनगिरिफोरा -

$$(x^2 - 27)(x^2 + 2x + 1)$$

दानिया, $= x^2 + 2x + 1$

$$= x^2 + x + x + 1$$

$$= x(x+1) + 1(x+1)$$

$$= (x+1)(x+1)$$

\therefore होनाय रासिनि गुबुन लाथिख 'फोरा जाबाय-

$$x+1=0 \text{ आरो } x+1=0$$

$$\Rightarrow x = -1 \text{ आरो } x = -1$$

\therefore दि: गो: लाथिख 'फोरा : -1 आरो -1

7. (i) बांबिदाब $6x^4 + 11x^3 - 7x^2 - 15x - 50$ खौ गुबुन बांबिदाब $3x + 7$

जों राननायाव रानखोन्दाखौ -15 मोनबाय। रानगासै दिहुन।

(ii) मोनसे बांबिदाबखौ $x^2 - 2$ जों राननायाव रानगासैखौ $x^2 + 5x - 2$

आरो रानखोन्दाखौ $-x + 14$ मोनबाय। बांबिदाबखौ दिहुन।

मावफुंथाइ :

(i) होनाय दें-

$$p(x) = 6x^4 + 11x^3 - 7x^2 - 15x - 50$$

$$g(x) = 3x + 7$$

$$r(x) = -15$$

$$q(x) = ?$$

जों मिथिगौ दि-

$$p(x) = g(x) \times q(x) + r(x)$$

$$\therefore q(x) = \frac{p(x) - r(x)}{g(x)}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(6x^4 + 11x^3 - 7x^2 - 15x - 50) \div (-15)}{3x + 7} \\
 &= \frac{6x^4 + 11x^3 - 7x^2 - 15x - 50 + 15}{3x + 7} \\
 &= \frac{6x^4 + 11x^3 - 7x^2 - 15x - 35}{3x + 7}
 \end{aligned}$$

दानिया,

$$\begin{array}{r}
 3x+7 \overline{) 6x^4 + 11x^3 - 7x^2 - 15x - 35} \left(2x^3 - x^2 - 5 \right. \\
 \underline{6x^4 + 14x^3} \\
 -3x^3 - 7x^2 - 15x - 35 \\
 \underline{-3x^3 - 7x^2} \\
 -15x - 35 \\
 \underline{-15x - 35} \\
 0
 \end{array}$$

\therefore दि: गो: $q(x) = 2x^3 - x^2 - 5$

(ii) होनाय दं -

$$g(x) = x^2 - 2$$

$$q(x) = x^2 + 5x - 2$$

$$r(x) = -x + 14$$

$$p(x) = ?$$

जों मिथिगौ दि-

$$\begin{aligned}
 p(x) &= g(x) \times q(x) + r(x) \\
 &= (x^2 - 2) \times (x^2 + 5x - 2) + (-x + 14) \\
 &= x^2(x^2 + 5x - 2) - 2(x^2 + 5x - 2) + (-x + 14) \\
 &= x^4 + 5x^3 - 2x^2 - 2x^2 - 10x + 4 - x + 14 \\
 &= x^4 + 5x^3 - 4x^2 - 11x + 18
 \end{aligned}$$

\therefore दि:गो: $p(x) = x^4 + 5x^3 - 4x^2 - 11x + 18$

सौनाय बिदां 2.4

1. थार नायफोर दि गाहायाव घनक बिदाब-गोबां राशिफोरनि साख्राथियाव होनाय अनजिमाफोरा बेसोरनि लाथिख'। आरोबाव मोनफ्रोमबोनि बेलायाव लाथिख' आरो थादेर अनजिमाफोरनि गजेराव थानाय सोमोन्दोफोरखौ थार नायफोर:

(i) $2x^3 + x^2 - 5x + 2; \frac{1}{2}, 1, -2$

(ii) $x^3 - 4x^2 + 5x - 2; 2, 1, 1$

मावफुंथाइ :-

(i) $2x^3 + x^2 - 5x + 2; \frac{1}{2}, 1, -2$

हमबाय, $p(x) = 2x^3 + x^2 - 5x + 2$

एबा $p\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 5\left(\frac{1}{2}\right) + 2$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{5}{2} + 2$$

$$= \frac{1+1-10+8}{4}$$

$$= \frac{0}{4}$$

$$= 0$$

$$P(1) = 2(1)^3 + (1)^2 - 5(1) + 2$$

$$= 2 + 1 - 5 + 2$$

$$= 0$$

$$\text{आरो } p(-2) = 2(-2)^3 + (-2)^2 - 5(-2) + 2$$

$$= -16 + 4 + 10 + 2$$

$$= 0$$

$\therefore \frac{1}{2}, 1, -2$ आ $p(x)$ नि लाथिख'।

दानिया, होनाय बां बिदाब रासिखौ $ax^3 + bx^2 + cx + d$ जों रुजुनानै मोनो

$$a = 2, b = 1, c = -5, d = 2$$

हमबाय, $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = 1$ आरो $\gamma = -2$

$$\text{अब्ला, } \alpha + \beta + \gamma = \frac{1}{2} + 1 + (-2) = \frac{1}{2} + 1 - 2$$

$$= \frac{1 + 2 - 4}{2}$$

$$= \frac{-1}{2}$$

$$= -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{1}{2}(1) + (1)(-2) + (-2)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{2} - 2 - 1$$

$$= \frac{5}{2} = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta\gamma = \frac{1}{2} \times 1 \times (-2) = -1 = -\frac{2}{2} = -\frac{d}{a}$$

(ii) $x^3 - 4x^2 + 5x - 2; 2, 1, 1$

हमबाय, $p(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$

$$p(2) = 2^3 - 4 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 2$$

$$= 8 - 16 + 10 - 2$$

$$= 0$$

$$p(1) = 1^3 - 4 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 - 2$$

$$= 1 - 4 + 5 - 2$$

$$= 0$$

$\therefore 2, 1, 1$ आ $p(x)$ नि लाथिख'।

दानिया, $p(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$ बां बिदाब रासिखौ $ax^3 + bx^2 + cx + d$ जों रुजुनानै मोनो -

$$a=1, b=-4, c=5, d=-2$$

हमबाय, $\alpha = 2, \beta = 1$ आरो $\gamma = 1$

$$\therefore \alpha + \beta + \gamma = 2 + 1 + 1 = 4 = \frac{(-4)}{1} = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 2 \times 1 + 1 \times 1 + 1 \times 2$$

$$= 2 + 1 + 2$$

$$= 5$$

$$= \frac{5}{1} = \frac{c}{a}$$

2. लाथिख 'फोरखौ खेबसेयाव मोननैयै लानानै, बेनि दाजाबगासै,

सानजाबगासैफोरनि दाजाबगासै आरो बेनि लाथिख 'फोरनि सानजाबगासैया फारियै 2, -7, -14 जानायबादियै मोनसे घनक बिदाब-गोबां राशि दिहनु।
मावफुंथाइ: हमबाय, घनक बां बिदाब रासिया ax^3+bx^2+cx+d , आरो बिसोरनि लाथिख 'फोरा α, β आरो γ ।

$$\text{अब्ला, } \alpha + \beta + \gamma = 2 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{आरो } \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -7 = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta\gamma = -14 = -\frac{d}{a}$$

\therefore जिदु, $a=1$, अब्ला $b=-2$, $c=-7$ आरो $d=14$

\therefore दि:गो: घनक बां बिदाब रासिया जागोन $x^3 - 2x^2 - 7x + 14$ ।

3. बिदाब गोबां $X^3 - 3x^2 + x + 1$ नि लाथिख 'फोरा जुदि $a-b$, a , $a+b$ जायो, a आरो a खौ दिहनु।

मावफुंथाइ:- होनाय बां बिदाब रासि $x^3 - 3x^2 + x + 1$ खौ $Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$ जौं रुजुना मोनो -

$$A=1, B=-3, C=1, D=1$$

$$\text{हमबाय, } \alpha = a-b, \beta = a, \gamma = a+b$$

$$\text{अब्ला, } \alpha + \beta + \gamma \Rightarrow (a-b) + a + (a+b) = -\frac{B}{A}$$

$$\Rightarrow a-b+a+a+b = \frac{(-3)}{1}$$

$$\Rightarrow 3a = 3$$

$$\therefore a = 1$$

$$\text{आरो, } \alpha\beta\gamma \Rightarrow (a-b).a.(a+b) = \frac{-D}{\Lambda}$$

$$\Rightarrow (1-b).1.(1+b) = -1$$

$$\Rightarrow 1-b^2 = -1$$

$$\Rightarrow -b^2 = -1-1$$

$$\Rightarrow b^2 = 2$$

$$\therefore = \pm\sqrt{2}$$

4. जुदि बिदाब गोबां राशि $x^4-6x^3-26x^2+138x-35$ नि मोननै लाथिख 'फोरा $2 \pm \sqrt{3}$, जायो, गुबुन लाथिख 'फोरखौ दिहुन।

मावफुंथाइ:- होनाय दड, बां बिदाब रासिनि लाथिख 'फोरा $2 \pm \sqrt{3}$

$$\therefore \{x-(2+\sqrt{3})\}\{x-(2-\sqrt{3})\}$$

$$= (x-2-\sqrt{3})(x-2+\sqrt{3})$$

$$= \{(x-2)-\sqrt{3}\}\{(x-2)+\sqrt{3}\}$$

$$= (x-2)^2 - (\sqrt{3})^2$$

$$= x^2 - 4x + 4 - 3$$

$$= x^2 - 4x + 1$$

$\therefore x^2 - 4x + 1$ आ होनाय बां बिदाब रासिनि दिहुनगिरि।

दानिया,

$$(x^2 - 4x + 1) \overline{) x^4 - 6x^3 - 26x^2 + 138x - 35}$$

$$(-) \underline{x^4 - 4x^3 + x^2}$$

$$-2x^3 - 27x^2 + 138x - 35$$

$$(-) \underline{-2x^3 + 8x^2 - 2x}$$

$$-35x^2 + 140x - 35$$

$$-35x^2 + 140x - 35$$

$$0$$

$\therefore x^4 - 6x^3 - 26x^2 + 138x - 35$ नि दिहुनगिरिफोरा $(x^2 - 4x + 1)$ आरो $(x^2 - 2x - 35)$

दानिया,

$$x^2 - 2x - 35$$

$$= x^2 - 7x + 5x - 35$$

$$= x(x - 7) + 5(x - 7)$$

$$= (x + 5)(x - 7)$$

\therefore दि:गो: गुबुन मोननै लाथिख'फोरा जाबाय 7 आरो -5।

5. जुदि बिदाब गोबां राशि $x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 25x + 10$ खौ गुबुन मोनसे बिदाब-
गोबां राशि $x^2 - 2x + k$ जौ राननाय जायो, रानखोन्दाया $x + a$ ओंखारो, k
आरो a खौ दिहुन।

मावफुंथाइ:- राननाय सानस्लायलि बाहायना

$$\begin{array}{r}
 x^2 - 4x + (8 - k) \\
 x^2 - 2x + k \left\{ \begin{array}{l} x^4 - 6x^3 + 16x^2 - 25x + 10 \\ x^4 - 2x^3 + kx^2 \end{array} \right. \\
 \hline
 -4x^3 + (16 - k)x^2 - 25x + 10 \\
 -4x^3 + \quad \quad 8x^2 - 4kx \\
 \hline
 (8 - k)x^2 + (4k - 25)x + 10 \\
 (8 - k)x^2 - 2(8 - k)x + k(8 - k) \\
 \hline
 (2k - 9)x - k(8 - k) + 0
 \end{array}$$

$$\therefore \text{आद्रा} = (2k - 9)x - k(8 - k) + 10$$

$$\text{नाथाय होनाय दड, आद्रा} = x + a$$

$$\therefore 2k - 9 = 1, \text{ आरो } -k(8 - k) + 10 = 1$$

$$\Rightarrow 2k = 10, \text{ आरो } -5(8 - 5) + 10 = 1$$

$$\therefore k = 5 \quad \text{एबा } -40 + 25 + 10 = a$$

$$\therefore a = -5$$

$$\therefore \text{दि:गो: } k=5 \text{ आरो } a=-5$$
